



On vertex operator algebras whose Griess algebras are Jordan algebras

著者	芦原 崇裕
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (A), no. 4552, 2008.3.25 "February 2008"--Cover Includes bibliographical references (p. 30)
発行年	2008
URL	http://hdl.handle.net/2241/111077

氏 名 (本籍)	あし はら たか ひろ 芦 原 崇 裕 (兵 庫 県)		
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)		
学 位 記 番 号	博 甲 第 4552 号		
学位授与年月日	平成 20 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審 査 研 究 科	数理解物質科学研究科		
学 位 論 文 題 目	On vertex operator algebras whose Griess algebras are Jordan algebras (Jordan 代数を Griess 代数として持つ頂点作用素代数について)		
主 査	筑波大学教授	理学博士	宮 本 雅 彦
副 査	筑波大学教授	理学博士	木 村 達 雄
副 査	筑波大学教授	理学博士	磯 崎 洋
副 査	筑波大学准教授	博士 (理学)	内 藤 聡

論 文 の 内 容 の 要 旨

頂点作用素代数 (Vertex Operator Algebra) はムーンシャイン現象におけるムーンシャイン予想を解決するためにボーチャーズによって導入されたものである。ムーンシャイン現象とは、最大の散在型有限単純群であるモンスター単純群の自明でない表現空間の最小次数 196883 と整数論に出てくるモジュラー関数 (j -関数) の係数 196884 がほとんど一致している事実によって気付かれ、さらなる研究から、モンスター単純群とモジュラー関数との間には理由のつかない神秘的な関係がいくつも見つかった現象である。特に、この数字の一致等を説明するのが、ムーンシャイン予想である。頂点作用素代数は、現在では、数理解物理における 2 次元共形場理論のカイラル代数と理解されている。フレンケル・レポースキー・マーマンによってその時構成された頂点作用素代数はムーンシャイン頂点作用素代数と呼ばれ、自然数でウェイト付けられた斉次空間の直和となっている。特に、そのウェイト 2 の斉次空間はモンスター群を構成するためにグライスが構成した (モンストラス) グライス代数と一致している。このように、一般にある条件の下で、頂点作用素代数のウェイト 2 の斉次空間は可換代数となり、一般にグライス代数と呼ばれている。グライス代数のベキ等元はヴィラソロ代数に対応しており、グライス代数の構造から頂点作用素代数の構造が決定出来たりすることが多い。また、頂点作用素代数の自己同型群は当然、有限次元であるグライス代数の自己同型群となるので、どのような可換代数がグライス代数として現れるか非常に重要な問題である。それゆえ、可換代数として有名なジョルダン代数 (ユークリッド型) がグライス代数として現れるかどうかを問うのは自然な問題である。それ故、いろいろなジョルダン代数に対して、頂点作用素代数が構成されており、現在のところ、D 型以外は完成している。本論文は残りの D 型のものをいくつか構成した。特に、2 元コードと D 型のジョルダン代数をグライス代数として持つ頂点作用素代数との間の関係を与えた。すなわち、2 の h 乗の長さを持つ h 個からなるコードがある種の条件を満たせば、D (h) 型のジョルダン代数をグライス代数として持つ頂点作用素代数が存在することを示した。しかも、この構成において、かなり綿密に積の展開式を考察しており、その応用として、条件を満たさないコードを使って、部分頂点作用素代数を構成することで、与えられたグライス代数の部分代数が頂点作用素代数としては閉じていないことを示した。これは、頂点作用素

代数研究者の中で暗黙に期待されていた部分代数予想に対する否定解を与えている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

ジョルダン代数は古典的な代数であり、それ自身代数としての研究があったが、最近の内積を利用して、ゼータタイプの関数等式との関係が見つかり、この方面からも注目されている。頂点作用素代数はそれ自身、不変内積を自然に持ち、関数とも関係しているので、このジョルダン代数がグライス代数として頂点作用素代数の中に現れることは、そのような頂点作用素代数が代数的に直接いろいろな関数等式を与える可能性があり、非常に重要な意味を持っている。本研究では、2元符号を使って頂点作用素代数を構成しており、符号と関数等式などの関係も期待でき、重要な研究である。特に、2元符号の条件に不思議な関係式がみられ、さらなる発展を予感させる結果である。また、非常に次元の高い空間の計算を2元符号を使うことによって見事に行っており、これまで次元の小さいところでは反例が見つかっていなかった部分代数予想を否定的に解決したことは意味のある結果である。

これらを総合的に判断して、博士論文として十分な価値があると判断する。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有すると認める。